

I. Définitions

On appelle un intervalle l'ensemble des nombres déterminés par une inégalité ou un encadrement ; Soient a, b deux réels, tels que $a < b$.

	L'intervalle noté ...	est l'ensemble des réels x tels que :	On le représente sur l'axe des réels par :
1	$[a; b]$	$a \leq x \leq b$	
2	$]a; b[$	$a < x < b$	
3	$[a; b[$	$a \leq x < b$	
4	$]a; b]$	$a < x \leq b$	
5	$[a; +\infty[$	$a \leq x$	
6	$]a; +\infty[$	$a < x$	
7	$]-\infty; b]$	$x \leq b$	
8	$]-\infty; b[$	$x < b$	

L'**infini** (du latin *finitus*, « limité », noté habituellement ∞) est un concept qui s'attache à quelque chose qui n'a pas de limite en nombre ou en taille.

Il a été inventé par le mathématicien John Wallis en 1655.

Sa forme est similaire à la [lemniscate de Bernoulli](#), et à certaines configurations du [ruban de Möbius](#).

Une [lemniscate](#) est une courbe plane ayant la forme d'un 8 (en latin « lemiscus » signifie justement ruban)



Remarque : L'ensemble $\mathbb{R}$ peut aussi être noté $]-\infty; +\infty[$

Vocabulaire :

$[a; b]$ est dit **fermé** ;

$]a; b[$ est dit **ouvert** ;

$]a; b]$ ou $[a; b[$ sont « **semi-ouverts** »

Appartenance et inclusion :

Un intervalle est un ensemble. On utilise les symboles $\in$ et $\subset$.

Exemple : $1,35 \in]1; 2[$ et $]1; 2[\subset]0; 5[$

Exercice : Compléter le tableau suivant, en y plaçant les symboles $\in$ et $\notin$.

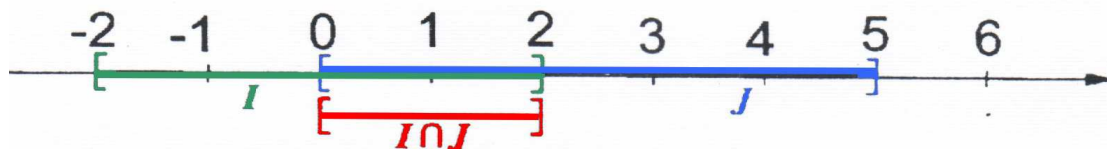
	$[2;3]$	$[2;+\infty[$	$]2;+\infty[$	$]-\infty;3[$	$]-\infty;3]$	$]2;3[$	$]2;3]$	$[2;3[$
1								
2								
2,5								
3								
4								

II. Intersection et réunion d'intervalles

Soient les intervalles $I = [-2 ; 2]$ et $J = [0 ; 5]$.

- **Intersection :** Déterminons les éléments communs à I et à J.

On représente graphiquement les intervalles, sur un même axe muni d'un repère.



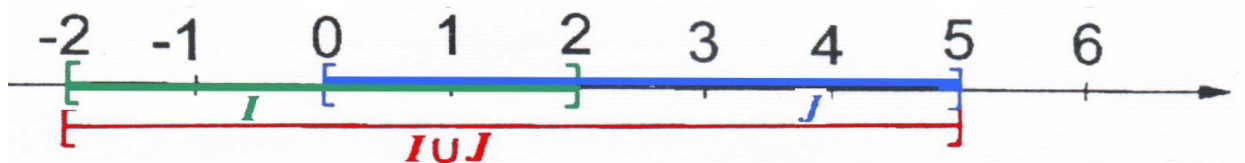
L'examen de la figure nous indique que les éléments communs à I et à J forment l'intervalle $K = [0,2]$. On dit alors que l'intervalle K est **l'intersection** des intervalles I et J, et l'on note $K = I \cap J$ où $\cap$ se lit «inter ».

Définition :

On appelle **intersection** des intervalles I et J, et on note $I \cap J$, l'ensemble des nombres réels appartenant à I et à J (*à la fois*)

Remarque : Si deux ensembles I et J n'ont pas d'éléments en commun, on dit qu'ils sont disjoints. On note $I \cap J = \emptyset$

- **Réunion :** Déterminons tous les éléments appartenant à l'un au moins des deux intervalles I et J. On utilise à nouveau un graphique :



Dire qu'un élément x appartient à l'un **au moins** des intervalles signifie que x appartient, **soit à I, soit à J, soit aux deux**. L'examen de la figure nous indique que les éléments appartenant à au moins à l'un des deux intervalles I ou J, forment l'intervalle $L = [-2, 5]$.

On dit alors que l'intervalle L est la réunion des intervalles I et J

et l'on note : $L = I \cup J$ où $\cup$ se lit «union».

Définition :

On appelle **réunion** des intervalles I et J, et on note $I \cup J$, l'ensemble des nombres réels appartenant à I ou J (*à I ou à J ou aux deux ensembles*)

Remarque : Le « ou » utilisé en mathématiques est inclusif.

EXERCICE I.1 - Donner, dans chaque cas, l'intervalle qui correspond :

	INEGALITE	INTERVALLE		INEGALITE	INTERVALLE
a.	$3 \leq x \leq 5$	$\Leftrightarrow x \in$	b.	$1 \leq x$	$\Leftrightarrow x \in$
c.	$-2 < x < 2$	$\Leftrightarrow x \in$	d.	$x \leq 5$	$\Leftrightarrow x \in$
e.	$3 \leq x < 5$	$\Leftrightarrow x \in$	f.	$2 \leq x$	$\Leftrightarrow x \in$
g.	$x < 0$	$\Leftrightarrow x \in$	h.	$-5 \geq x$	$\Leftrightarrow x \in$

EXERCICE I.2 - Exprimer à l'aide d'inégalités :

	INTERVALLE	INEGALITE		INTERVALLE	INEGALITE
a.	$x \in [5 ; 9]$	$\Leftrightarrow$	b.	$x \in]-1 ; +\infty[$	$\Leftrightarrow$
c.	$x \in [3 ; +\infty[$	$\Leftrightarrow$	d.	$x \in [5 ; 7[$	$\Leftrightarrow$
e.	$x \in]-\infty ; 2]$	$\Leftrightarrow$	f.	$x \in]-2 ; -1]$	$\Leftrightarrow$
g.	$x \in]-3 ; -2[$	$\Leftrightarrow$	h.	$x \in]0 ; +\infty[$	$\Leftrightarrow$

EXERCICE I.3 - Donner les inégalités et les intervalles qui correspondent à la zone définie sur l'axe gradué

1		$\Leftrightarrow x$ vérifie l'inégalité :	$\Leftrightarrow x \in$
2		$\Leftrightarrow x$ vérifie l'inégalité :	$\Leftrightarrow x \in$
3		$\Leftrightarrow x$ vérifie l'inégalité :	$\Leftrightarrow x \in$
4		$\Leftrightarrow x$ vérifie l'inégalité :	$\Leftrightarrow x \in$

EXERCICE I.4 - Déterminer $I \cap J$ et $I \cup J$ lorsque :

- $I =]-2 ; 3[$ et $J =]0 ; 5[$.
- $I =]-3 ; +\infty[$ et $J = [-10 ; 0]$
- $I =]-\infty ; 0[$ et $J = [-1 ; 2]$
- $I =]-3 ; 2[$ et $J = [2 ; 5]$