Seconde – **DS de Mathématiques** – 18 octobre 2018 – 1 H

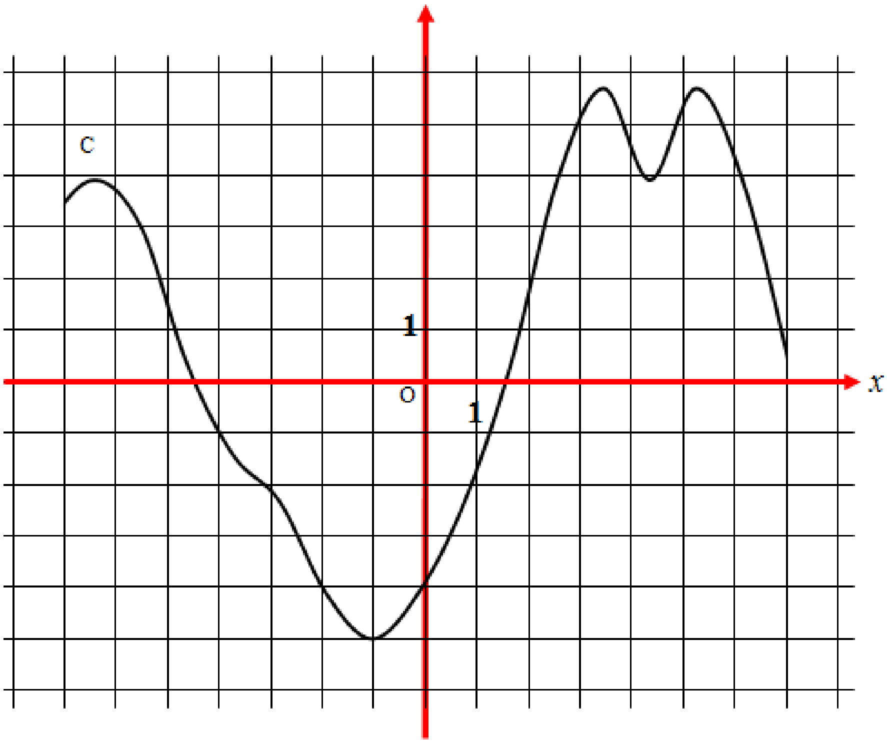
NOM :

http://mps2.c.la/

EXERCICE I (4 points)

COMPLETER DIRECTEMENT SUR L'ENONCE SVP

On a tracé dans un repère, la courbe C qui représente une fonction f.



A l'aide du graphique :

a. Déterminer l'image de 3 :

……………………………..

b. Compléter les égalités :

f (- 4) = …..… ;

f (…..…) = − 5

c. Déterminer les antécédents éventuels de - 4 :

…………………………………………………………………

d. Donner un réel qui possède exactement deux antécédents, et de plus de signe différent :

…………………………………………………………………………………………….

EXERCICE II (5 points)

On munit le plan d'un repère orthonormal

On considère les points A (-1 ; 2) , B (2 ; 3) , C (1 ; 1) , D (-2 ; 0) et E (1 ; 4).

1°) Faire une figure.

2°) Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ? Justifier.

3°) Déterminer les coordonnées du point F pour que ABEF soit un parallélogramme.

EXERCICE III (4 points)

On considère les ensembles :

E = { 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 10 ; 11}, A = { 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11} et B = { 3 ; 4 ; 5 }.

1°) Faire un diagramme de Venn.

2°) Compléter avec les symboles $\subset$, $\not\subset$, $\in$ ou $\notin$

a) A …… E b) 5 …… A c) 4 …… A d) B…… A

3°) Déterminer $A \cap B$ et $A \cup B$.

4°) Déterminer le complémentaire de A dans E.

5°) Soit C l'ensemble des multiples de 3 appartenant à E. Déterminer $A \cap B \cap C$.

EXERCICE IV (1 point)

Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f définie par : $f(x) = \dfrac{3x+1}{x-3}$.

EXERCICE V (2 points)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + 1$

1°) Calculer l'image de $\dfrac{1}{3}$ par f.

2°) Déterminer les antécédents, s'ils existent, de 5 par f.

EXERCICE VI (4 points)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^2 - 5x$

1°) Calculer l'image de -1 par f.

2°) Déterminer les antécédents, s'ils existent, de 0 par f.

3°) Compléter le tableau de valeurs de f à l'aide de la calculatrice (à 10^{-2} près) :

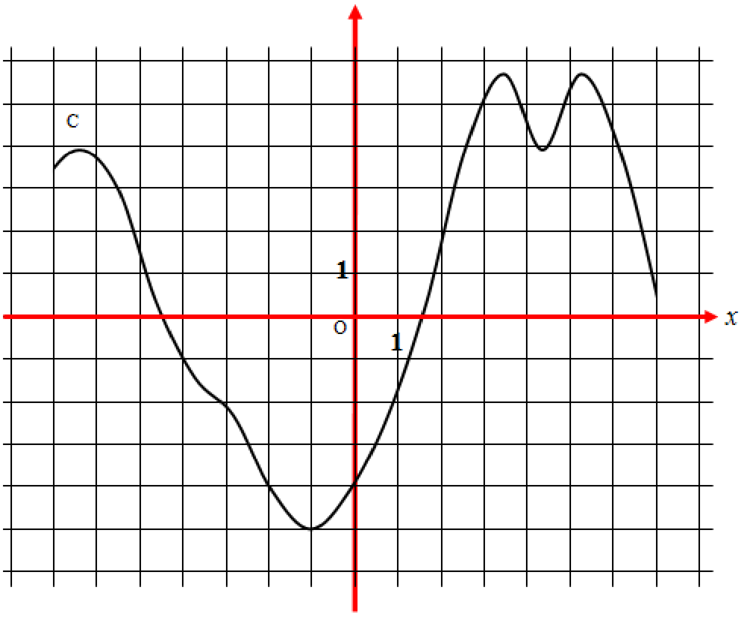
x	-2	$-0{,}5$	1	2,5	4
$f(x)$					

x	5,5	7	8,5	10	11,5
$f(x)$					

CORRIGE

EXERCICE I

On a tracé dans un repère, la courbe C qui représente une fonction f.



A l'aide du graphique :

a. Déterminer l'image de 3 :

f (3) = 5 **L'image de 3 est 5**

b. Compléter les égalités :

f (- 4) = …**–1**…

f (…**–1**…) = – 5

c. Déterminer les antécédents éventuels de - 4 :

………… **Les antécédents de –4 sont 0 et –2** ……………

d. Donner un réel qui possède exactement deux antécédents, et de plus de signe différent :

……… **Le réel –2 par exemple**……………………………….

EXERCICE V

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + 1$

1°) Calculer l'image de $\frac{1}{3}$ par *f*.

$$f\left(\frac{1}{3}\right) = \left(\frac{1}{3}\right)^2 + 1 = \frac{1}{9} + 1 = \frac{10}{9} \qquad \boxed{f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{10}{9}}$$

2°) Déterminer les antécédents, s'ils existent, de 5 par *f*.

Résolvons l'équation f (x) = 5 :

$f(x) = 5 \Leftrightarrow x^2 + 1 = 5 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = -2$ ou $\Leftrightarrow x = 2$

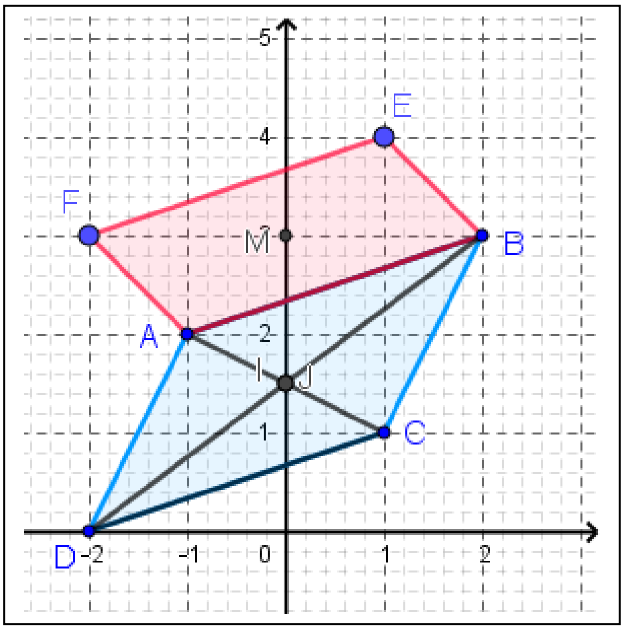
$\boxed{\text{5 a donc deux antécédents par } f : \text{ -2 et 2.}}$

EXERCICE II

On munit le plan d'un repère orthonormal

On considère les points

A (-1 ; 2) , B (2 ; 3) , C (1 ; 1) , D (-2 ; 0) et E (1 ; 4).



1°) Faire une figure.

2°) Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ?
Justifier.

Soit I le milieu de [AC]

$x_I = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{-1+1}{2} = \frac{0}{2} = 0.$

$y_I = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{2+1}{2} = \frac{3}{2}$

$I\left(0 ; \frac{3}{2}\right)$

Soit J le milieu de [BD]

$x_J = \frac{x_B + x_D}{2} = \frac{2+(-2)}{2} = 0$

$y_J = \frac{y_B + y_D}{2} = \frac{3+0}{2} = \frac{3}{2}$

$J\left(0 ; \frac{3}{2}\right)$

I = J donc les diagonales se coupent en leur milieu
ABCD est donc un **<u>parallélogramme</u>**.

3°) Déterminer les coordonnées du point F pour que ABEF soit un parallélogramme.

Soit M le milieu de [AE].

$x_M = \frac{x_A + x_E}{2} = \frac{-1+1}{2} = 0.$

$y_M = \frac{y_A + y_E}{2} = \frac{2+4}{2} = \frac{6}{2} = 3.$

$\boxed{M(0 ; 3)}$

M doit être le milieu de [BF].

$\frac{x_B + x_F}{2} = x_M \Rightarrow \frac{2+x_F}{2} = 0 \Rightarrow 2 + x_F = 0$

$\Rightarrow x_F = -2$

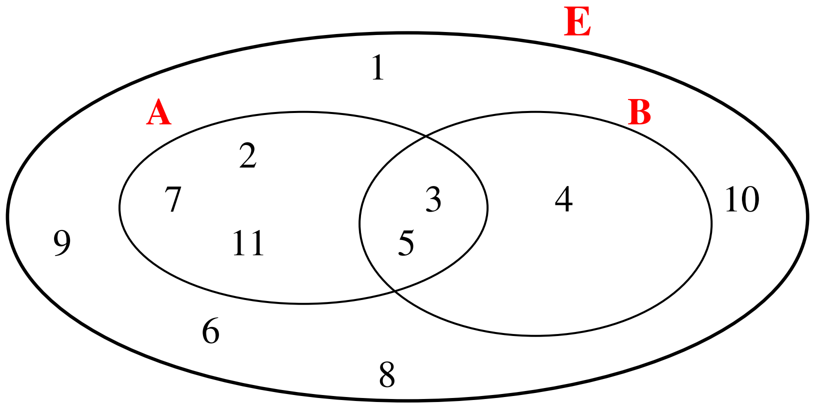
$\frac{y_B + y_F}{2} = y_M \Rightarrow \frac{3+y_F}{2} = 3 \Rightarrow 3 + y_F = 6$

$\Rightarrow y_F = 6 - 3 \Rightarrow y_F = 3.$

$\boxed{F(-2 ; 3)}$

EXERCICE III

1°) Diagramme de Venn :



2°) a) A $\subset$ E b) 5 $\in$ A c) 4 $\notin$ A d) B $\not\subset$ A

3°) $A \cap B = \{ 3 ; 5 \}$ et $A \cup B = \{ 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 7 ; 11 \}$.

4°) complémentaire de A dans E : $\overline{A} = \{ 1 ; 4 ; 6 ; 8 ; 9 ; 10 \}$.

5°) C l'ensemble des multiples de 3 appartenant à E : $C = \{ 3 ; 6 ; 9 \}$.
$A \cap B \cap C = \{ 3 \}$.

EXERCICE IV

Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f définie par : $f(x) = \dfrac{3x+1}{x-3}$.

contrainte : $x - 3 \neq 0$ donc $x \neq 3$ $\boxed{D_f = \mathbb{R} - \{3\}}$

EXERCICE VI

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^2 - 5x$

1°) Calculer l'image de -1 par f.
$\boxed{f(-1) = 8}$.

2°) Déterminer les antécédents, s'ils existent, de 0 par f.
Résolvons l'équation f (x) = 0 :

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 5x = 0 \Leftrightarrow x(3x-5) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } 3x - 5 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ ou} \Leftrightarrow x = \frac{5}{3}$$

$\boxed{0 \text{ a donc deux antécédents par } f : \ 0 \text{ et } \frac{5}{3}.}$

3°) Compléter le tableau de valeurs de f à l'aide de la calculatrice :

x	-2	$-0,5$	1	2,5	4	5,5	7	8,5	10	11,5
$f(x)$	22	3.25	-2	6.25	28	63.25	112	174.25	250	339.25