PARITE et PERIODICITE

A) INTERVALLE SYMETRIQUE PAR RAPPORT A ZERO

I est symétrique par rapport à zéro $\Leftrightarrow$ pour tout réel x de I , - x est aussi élément de I .

B) PARITE D'UNE FONCTION

1) Définitions

Soit $f : I \rightarrow \mathbb{R}$.

Dans un repère orthogonal :

$\Downarrow$

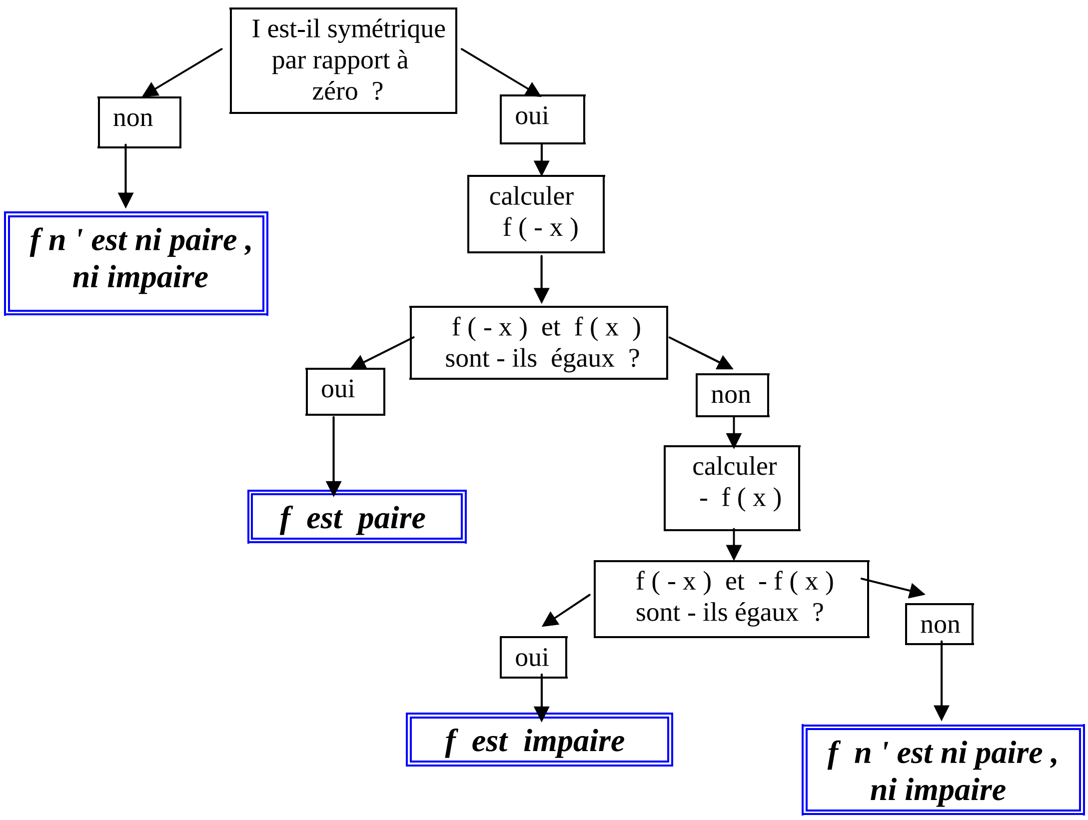
f est ***paire*** $\Leftrightarrow$ I est symétrique par rapport à zéro
Pour tout réel x de I , on a $\mathbf{f(-x) = f(x)}$.

(courbe symétrique par rapport à (O y))

f est ***impaire*** $\Leftrightarrow$ I est symétrique par rapport à zéro
Pour tout réel x de I , on a $\mathbf{f(-x) = -f(x)}$

(courbe symétrique par rapport à O)

2) Côté pratique



C) PERIODICITE D'UNE FONCTION

f est ***périodique*** de période T $\Leftrightarrow$ Pour tout x de I , x + T appartient à I
(ou encore *T - périodique*) et $\mathbf{f(x+T) = f(x)}$

AXES et CENTRES de SYMETRIE

A) INTERVALLE SYMETRIQUE PAR RAPPORT A UN REEL a

I est symétrique par rapport à a $\Leftrightarrow$ Pour tout réel x tel que $a + x$ soit dans I , alors $a - x$ est aussi dans I .

B) CHANGEMENT D'ORIGINE D'UN REPERE

Soit $\mathcal{R} = (O, \vec{i}, \vec{j})$ repère du plan et soit $\mathcal{R}' = (\Omega, \vec{i}, \vec{j})$ un autre repère du plan .

Soit $M(x, y)/_{\mathcal{R}}$ alors on a : $\overrightarrow{OM} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j}$.

Si $M(X, Y)/_{\mathcal{R}'}$ alors $\overrightarrow{\Omega M} = X\vec{i} + Y\vec{j}$.

Or $\overrightarrow{\Omega M} = \overrightarrow{OM} - \overrightarrow{O\Omega}$ donc $X\vec{i} + Y\vec{j} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j} - (a\,\vec{i} + b\,\vec{j})$,

soit $X\vec{i} + Y\vec{j} = (x - a)\,\vec{i} + (y - b)\,\vec{j}$ d'où les formules :

$$\boxed{\begin{cases} X = x - a \\ Y = y - b \end{cases}}$$

C) ELEMENTS DE SYMETRIE

1) Axe de symétrie

Soit $f : I \to IR$. On note C_f la courbe de f .

La droite d'équation $x = a$ est ***axe de symétrie*** pour C_f $\Leftrightarrow$ I est symétrique par rapport à a et pour tout réel x de I , on a $f(a - x) = f(a + x)$.

La droite d'équation $x = a$ est ***axe de symétrie*** pour C_f
$\Leftrightarrow$ C_f a pour équation $Y = g(X)$ dans le repère $\mathcal{R}' = (\Omega, \vec{i}, \vec{j})$ où $\Omega(a, 0)$, avec **g paire**

2) Centre de symétrie

Le point $\Omega(a, b)$ est ***centre de symétrie*** pour C_f $\Leftrightarrow$ I est symétrique par rapport à a et pour tout réel x de I , on a $f(a - x) + f(a + x) = 2b$.

Le point $\Omega(a, b)$ est ***centre de symétrie*** pour C_f
$\Leftrightarrow$ C_f a pour équation $Y = g(X)$ dans le repère $\mathcal{R}' = (\Omega, \vec{i}, \vec{j})$ avec **g impaire** .