

COMPARAISON DE DEUX REELS

Comparer deux nombres, c'est chercher lequel des deux est le plus grand ou s'ils sont égaux.

Technique : Comparer deux nombres équivaut à étudier le signe de leur différence

$$a < b \Leftrightarrow a - b < 0$$

$$a > b \Leftrightarrow a - b > 0$$

$$a = b \Leftrightarrow a - b = 0$$

OPERATIONS sur les INÉGALITÉS

a. Addition

Propriété 1 : Si $a < b$, alors pour tout nombre c on a : $a + c < b + c$ et $a - c < b - c$

« Quand on ajoute un même nombre aux deux membres d'une inégalité, on ne change pas son sens ».

Propriété 2 : Si $a < b$ et $c < d$, alors $a + c < b + d$

« Quand on ajoute membre à membre deux inégalités de même sens, on obtient une nouvelle inégalité, toujours de même sens ».

b. Multiplication

Propriété 3 : Si $a < b$, alors pour tout nombre c strictement positif on a : $ac < bc$

Si $a < b$, alors pour tout nombre c strictement négatif on a : $ac > bc$

« Quand on multiplie/divise par un même nombre positif les deux membres d'une inégalité, on ne change pas son sens, mais si ce nombre est négatif, alors on change le sens de l'inégalité ».

Propriété 4 : Si $a < b$ et $c < d$ avec a, b, c et d positifs, alors $ac < bd$

« Quand on multiplie membre à membre deux inégalités de même sens dont tous les membres sont positifs, on obtient une nouvelle inégalité, toujours de même sens ».

c. Carré et racine carrée

Attention, ces propriétés ne sont vraies que pour des nombres positifs

Propriété 5 : $a < b \Leftrightarrow a^2 < b^2$

« Deux nombres positifs sont dans le même ordre que leurs carrés ».

Propriété 6 : $a < b \Leftrightarrow \sqrt{a} < \sqrt{b}$

« Deux nombres positifs sont dans le même ordre que leurs racines carrées ».

d. Inverse

Propriété 7 : Si a et b sont strictement positifs, $a < b \Leftrightarrow \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

« Deux nombres strictement positifs sont dans l'ordre inverse de leurs inverses »

Comparaison des puissances d'un nombre.

Théorème : Si $0 < a < 1$, alors $a > a^2 > a^3$
Si $a > 1$, alors $a < a^2 < a^3$