

## Devoir commun – Révisions

### TRIGONOMETRIE

#### **2022 - DC 1 – Trigo**

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes et peuvent être traitées séparément.

##### **Partie A**

1. Les nombres réels  $\frac{-27\pi}{5}$  et  $\frac{28\pi}{5}$  ont-ils le même point image sur le cercle trigonométrique ? Justifier.
2.  $x$  désigne un nombre réel tel que  $\sin(x) = \frac{4}{5}$  avec  $x \in \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ .
  - (a) Déterminer la valeur de  $\cos(x)$ .
  - (b) En déduire les valeurs de  $\sin(\pi + x)$  puis de  $\cos(\pi - x)$ .

##### **Partie B : étude de la fonction $f : x \mapsto 2 \sin(2x)$**

1. Tracer la courbe représentative de la fonction  $f$  sur l'écran de la calculatrice. La fonction semble-t-elle paire ? impaire ? Pourquoi ?
2. Démontrer cette conjecture.
3. Montrer que  $f$  est périodique de période  $\pi$ .
4. Calculer  $f(0)$  ;  $f\left(\frac{\pi}{6}\right)$  ;  $f\left(\frac{3\pi}{8}\right)$  et  $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$  en détaillant les calculs.

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes et peuvent être traitées séparément.

**Partie A**

1. Les nombres réels  $\frac{-27\pi}{5}$  et  $\frac{28\pi}{5}$  ont-ils le même point image sur le cercle trigonométrique ? Justifier.

$$\frac{28\pi}{5} - \frac{-27\pi}{5} = \frac{55\pi}{5} = 11\pi = 5 \times 2\pi + \pi.$$

Donc ces deux nombres réels n'ont pas le même point image sur le cercle trigonométrique : les points images sont symétriques par rapport à O.

2.  $x$  désigne un nombre réel tel que  $\sin(x) = \frac{4}{5}$  avec  $x \in \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ .

- (a) Déterminer la valeur de  $\cos(x)$ .

Pour tout nombre réel, on a :  $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$ .

$$\text{On a donc : } \cos^2(x) + \left(\frac{4}{5}\right)^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow \cos^2(x) + \frac{16}{25} = 1$$

$$\Leftrightarrow \cos^2(x) = 1 - \frac{16}{25}$$

$$\Leftrightarrow \cos^2(x) = \frac{25 - 16}{25} = \frac{9}{25}$$

$$\text{Or } x \in \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right], \text{ donc } \cos(x) \leq 0, \text{ d'où } \cos(x) = -\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{25}} = -\frac{3}{5}.$$

- (b) En déduire les valeurs de  $\sin(\pi + x)$  puis de  $\cos(\pi - x)$ .

$$\sin(\pi + x) = -\sin(x) = -\frac{4}{5} \text{ car les points images de } x \text{ et } \pi + x \text{ sont symétriques par rapport à O.}$$

$$\cos(\pi - x) = -\cos(x) = \frac{3}{5} \text{ car les points images de } x \text{ et } \pi - x \text{ sont symétriques par rapport à l'axe des ordonnées.}$$

**Partie B : étude de la fonction  $f : x \mapsto 2 \sin(2x)$**

1. Tracer la courbe représentative de la fonction  $f$  sur l'écran de la calculatrice. La fonction semble-t-elle paire ? impaire ? Pourquoi ?

Il semble que  $f$  soit impaire car sa courbe représentative semble symétrique par rapport à l'origine du repère.

2. Démontrer cette conjecture.

$$f(-x) = 2 \sin(-2x) = -2 \sin(2x) = -f(x) \text{ car la fonction sinus est une fonction impaire.}$$

3. Montrer que  $f$  est périodique de période  $\pi$ .

$$f(x + \pi) = 2 \sin(2(x + \pi)) = 2 \sin(2x + 2\pi) = 2 \sin(2x) = f(x) \text{ car la fonction sinus est périodique de période } 2\pi.$$

4. Calculer  $f(0)$ ,  $f\left(\frac{\pi}{6}\right)$ ,  $f\left(\frac{3\pi}{8}\right)$  et  $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$  en détaillant les calculs.

$$f(0) = 2 \sin(2 \times 0) = 2 \times 0 = 0$$

$$f\left(\frac{\pi}{6}\right) = 2 \sin\left(2 \times \frac{\pi}{6}\right) = 2 \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

$$f\left(\frac{3\pi}{8}\right) = 2 \sin\left(2 \times \frac{3\pi}{8}\right) = 2 \sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) = 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 \sin\left(2 \times \frac{\pi}{2}\right) = 2 \sin(\pi) = 2 \times 0 = 0$$