

EXERCICE

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = \sqrt{x^2 + x + 1}$.

Déterminer la limite de f en $-\infty$.

corrigé

$$f(x) = \sqrt{x^2 + x + 1}.$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 + x + 1) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 \left(1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} \right) = +\infty$$

$$\text{car } \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = +\infty \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} \right) = 1$$

(On peut aussi utiliser le théorème sur la limite d'un polynôme en l'infini)

$$\lim_{X \rightarrow +\infty} \sqrt{X} = +\infty \quad \text{donc par } \underline{\text{composée}} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 + x + 1} = +\infty.$$

(Théorème sur la limite d'une fonction composée)