

Limite d'une fonction polynôme en $\pm\infty$

Exemple : $f(x) = 5x^3 - 3x + 7$ en $+\infty$.

On a une forme indéterminée $\infty - \infty$.

Levons l'indétermination :

1^e méthode : « factorisation forcée »

En cas de forme indéterminée, on met en facteur la plus grande puissance de x

$$f(x) = 5x^3 - 3x + 7 = x^3 \left(5 - \frac{3}{x^2} + \frac{7}{x^3} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{7}{x^3} = 0 \text{ donc } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(5 - \frac{3}{x^2} + \frac{7}{x^3} \right) = 5$$

$$\text{et comme } \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 = +\infty \text{ alors } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \left(5 - \frac{3}{x^2} + \frac{7}{x^3} \right) = +\infty$$

2^e méthode : « théorème »

A l'infini, la limite d'une fonction polynôme est la limite de son terme de plus haut degré

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} 5x^3 = +\infty$$