LIMITES DE FONCTIONS

I - LIMITES DE REFERENCE

(n est un entier naturel non nul)

	x	x^2	x^3	…	x^n	$\sqrt{x}$
$x \to 0$	0	0	0		0	0
$x \to +\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$		$+\infty$	$+\infty$
$x \to -\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$		$\begin{cases} +\infty & si\ n\ pair \\ -\infty & si\ n\ impair \end{cases}$	

	$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x^2}$	$\frac{1}{x^3}$	…	$\frac{1}{x^n}$
$x \to 0^+$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$		$+\infty$
$x \to 0^-$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$		$\begin{cases} +\infty & si\ n\ pair \\ -\infty & si\ n\ impair \end{cases}$
$x \to \pm\infty$	0	0	0		0

II - OPERATIONS SUR LES LIMITES

Théorèmes :

LIMITE d'une SOMME

Si $\lim f =$	et $\lim g =$	Alors $\lim (f+g) =$
ℓ	ℓ'	$\ell + \ell'$
ℓ	$+\infty$	$+\infty$
ℓ	$-\infty$	$-\infty$
$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$
$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$
$+\infty$	$-\infty$	Forme indéterminée

LIMITE d'un PRODUIT

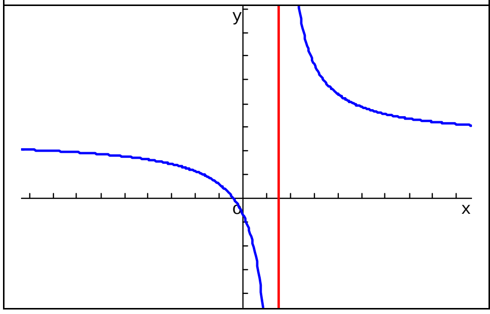
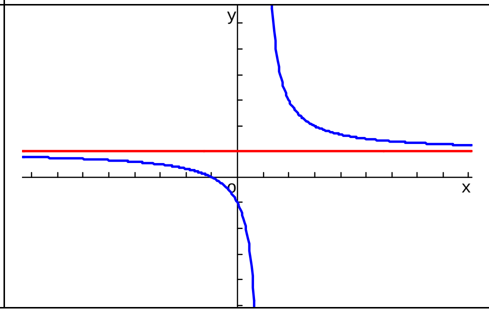
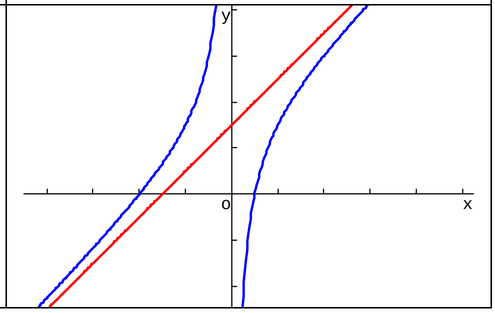
Si $\lim f =$	et $\lim g =$	Alors $\lim (f \times g) =$
ℓ	ℓ'	$\ell\ \ell'$
$\ell \neq 0$	$\pm\infty$	$\pm\infty$ (selon les signes)
$\pm\infty$	$\pm\infty$	$\pm\infty$ (selon les signes)
0	$\pm\infty$	F I

LIMITE d'un QUOTIENT

Si $\lim f =$	et $\lim g =$	Alors $\lim \frac{f}{g} =$
ℓ	$\ell' \neq 0$	$\frac{\ell}{\ell'}$
ℓ	$\pm\infty$	0
ℓ	0	$\pm\infty$ (selon les signes)
$\pm\infty$	0	$\pm\infty$ (selon les signes)
$\pm\infty$	$\ell' \neq 0$	$\pm\infty$ (selon les signes)
0	0	F I
$\pm\infty$	$\pm\infty$	F I

En résumé, les formes indéterminées (F I) *sont* : $\infty - \infty$; $0 \times \infty$; $\frac{0}{0}$; $\frac{\infty}{\infty}$.

III - ASYMPTOTES

« verticales »	**« horizontales »**	**« obliques »**
Si $\lim\limits_{x \to a} f(x) = \pm\infty$ alors la droite d'équation $x = a$ est asymptote à la courbe de f .	Si $\lim\limits_{x \to a} f(x) = \pm\infty$ alors la droite d'équation $x = a$ est asymptote à la courbe de f .	La droite d'équation $y = ax + b$ est asymptote à la courbe de f si $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \left[f(x) - (ax+b) \right] = 0$
		

IV - LIMITE D'UNE FONCTION POLYNOME EN $\pm\infty$

La limite d'une fonction polynôme en $\pm\infty$ est égale à la limite de son monôme de plus haut degré.

V - LIMITE D'UNE FONCTION RATIONNELLE EN $\pm\infty$

La limite d'une fonction rationnelle en $\pm\infty$ est égale à la limite du quotient de ses monômes de plus haut degré.

VI - THEOREMES DE COMPARAISON (*admis*)

Soient f, u, v 3 fonctions définies sur un intervalle I , a une borne de I , nombre *fini ou infini* .

Théorème 1

Si pour tout x de I , $u(x) \leq f(x)$

et $\lim\limits_{x \to a} u(x) = +\infty$ *alors* $\lim\limits_{x \to a} f(x) = +\infty$

Théorème 2

Si pour tout x de I , $f(x) \leq v(x)$

et $\lim\limits_{x \to a} v(x) = -\infty$ *alors* $\lim\limits_{x \to a} f(x) = -\infty$

Théorème 3 : THEOREME DES GENDARMES (géneralisé)

Si pour tout x de I , $u(x) \leq f(x) \leq v(x)$

et $\lim\limits_{x \to a} u(x) = \lim\limits_{x \to a} v(x) = \ell$ (ℓ *fini ou infini*) *alors* f admet une limite en a et $\lim\limits_{x \to a} f(x) = \ell$

VII - LIMITE D'UNE FONCTION COMPOSEE

Soient g et u deux fonctions .
a, b, c sont des réels , et peuvent être remplacés par $+\infty$ ou $-\infty$.

Théorème (admis) :

Si $\lim\limits_{x \to a} u(x) = b$ *et* $\lim\limits_{X \to b} g(X) = c$ *alors* $\lim\limits_{x \to a} g\left[u(x)\right] = c$