EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM)

Pour chaque question, trois affirmations sont proposées, une seule de ces affirmations est exacte.
Le candidat recopiera sur sa copie le numéro de chaque question et la lettre de la réponse choisie pour celle-ci.
AUCUNE JUSTIFICATION n'est demandée. Une réponse fausse ou l'absence de réponse n'enlève aucun point.

1. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \left(x^2 - 2x - 1\right)\mathrm{e}^x$.

A. La fonction dérivée de f est la fonction définie par $f'(x) = (2x-2)\mathrm{e}^x$.

B. La fonction f est décroissante sur l'intervalle $]-\infty\,;\,2]$.

C. $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0$.

2. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{3}{5+\mathrm{e}^x}$.

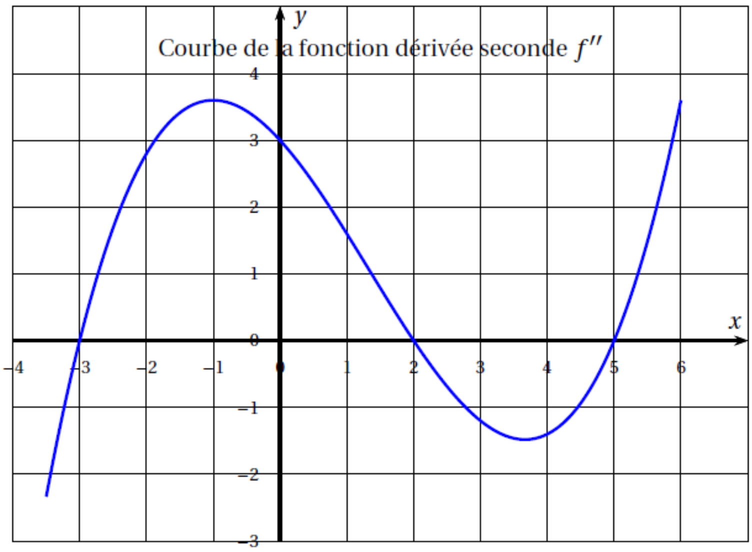
Sa courbe représentative dans un repère admet :

A. une seule asymptote horizontale;

B. une asymptote horizontale et une asymptote verticale;

C. deux asymptotes horizontales.

3. On donne ci-dessous la courbe $\mathcal{C}_{f''}$ représentant la fonction dérivée seconde f'' d'une fonction f définie et deux fois dérivable sur l'intervalle $[-3,5\,;\,6]$.



A. La fonction f est convexe sur l'intervalle $[-3\,;\,3]$.

B. La fonction f admet trois points d'inflexion.

C. La fonction dérivée f' de f est décroissante sur $[0\,;\,2]$.

4. On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = n^2 - 17n + 20$.

A. La suite (u_n) est minorée.

B. La suite (u_n) est décroissante.

C. L'un des termes de la suite (u_n) est égal à 2 021.

5. On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 2$ et, pour tout entier naturel n,

$u_{n+1} = 0,75u_n + 5$.

On considère la fonction « seuil » suivante écrite en Python :

```
def seuil :
    u = 2
    n = 0
    while u < 45 :
        u = 0,75*u + 5
        n = n+1
    return n
```

Cette fonction renvoie :

A. la plus petite valeur de n telle que $u_n \geqslant 45$;

B. la plus petite valeur de n telle que $u_n < 45$;

C. la plus grande valeur de n telle que $u_n \geqslant 45$.

CORRIGE

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

1. $f(x) = \left(x^2 - 2x - 1\right)e^x$.

On a $f(x) = x^2e^x - 2xe^x - e^x$.

- On sait que $\lim\limits_{x \to -\infty} e^x = 0$, puis que
- $\lim\limits_{x \to -\infty} 2xe^x = 0$
- $\lim\limits_{x \to -\infty} x^2e^x = 0$, d'où par somme de limites : $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0$.

Réponse C.

2. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{3}{5 + e^x}$.

- On a $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \dfrac{3}{5}$:

  la droite d'équation $y = \dfrac{3}{5}$ est asymptote horizontale au voisinage de moins l'infini ;
- On a $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$:

  l'axe des abscisses est asymptote horizontale au voisinage de plus l'infini.

Réponse C.

3. On voit sur la figure que $f''(-3) = f''(2) = f''(5) = 0$:
la dérivée seconde s'annule trois fois
donc la fonction f admet trois points d'inflexion.

Réponse B.

4. $n^2 - 17n + 20 = \left(n - \frac{17}{2}\right)^2 - \left(\frac{17}{2}\right)^2 + 20 = \left(n - \frac{17}{2}\right)^2 - \frac{289}{4} + \frac{80}{4}$

$$= \left(n - \frac{17}{2}\right)^2 - \frac{209}{4} = \left(n - \frac{17 - \sqrt{209}}{2}\right)\left(n - \frac{17 + \sqrt{209}}{2}\right).$$

On a donc quel que soit n, $u_n \geqslant -\frac{209}{4}$: la suite est donc minorée.

Réponse A.

5. Cette fonction renvoie le plus entier naturel n tel que $u_n \geqslant 45$.

Réponse A

.Remarque :dans les faits cette fonction ne renvoie aucun résultat
car la suite (u_n) est croissante et majorée par 20.

Il est donc impossible que $u_n \geqslant 45$!