EXERCICE 1

5 points

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.

Pour chacune des cinq questions, quatre réponses sont proposées ; une seule de ces réponses est exacte.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse exacte sans justifier le choix effectué.

Barème : une bonne réponse rapporte un point. Une réponse inexacte ou une absence de réponse n'apporte ni n'enlève aucun point.

Question 1 :

On considère la fonction g définie sur $]0 ; +\infty[$ par $g(x) = x^2 + 2x - \frac{3}{x}$.

Une équation de la tangente à la courbe représentative de g au point d'abscisse 1 est :

a. $y = 7(x - 1)$	b. $y = x - 1$	c. $y = 7x + 7$	d. $y = x + 1$
-------------------	----------------	-----------------	----------------

Question 2 :

On considère la suite (v_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n = \frac{3n}{n+2}$. On cherche à déterminer la limite de v_n lorsque n tend vers $+\infty$.

a. $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 1$	b. $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 3$	c. $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = \frac{3}{2}$	d. On ne peut pas la déterminer
---	---	---	---------------------------------

Question 3 : Dans une urne il y a 6 boules noires et 4 boules rouges. On effectue successivement 10 tirages aléatoires avec remise. Quelle est la probabilité (à 10^{-4} près) d'avoir 4 boules noires et 6 boules rouges ?

a. 0,1662	b. 0,4	c. 0,1115	d. 0,8886
-----------	--------	-----------	-----------

Question 4 :

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3e^x - x$.

a. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$	b. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$	c. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$	d. On ne peut pas déterminer la limite de la fonction f lorsque x tend vers $+\infty$
--	--	--	---

Question 5 :

Un code inconnu est constitué de 8 signes.

Chaque signe peut être une lettre ou un chiffre. Il y a donc 36 signes utilisables pour chacune des positions.

Un logiciel de cassage de code teste environ cent millions de codes par seconde. En combien de temps au maximum le logiciel peut-il découvrir le code ?

a. environ 0,3 seconde	b. environ 8 heures	c. environ 3 heures	d. environ 470 heures
------------------------	---------------------	---------------------	-----------------------

EXERCICE 1**5 points****Commun à tous les candidats****Question 1 :**

On considère la fonction g définie sur $]0 ; +\infty[$ par $g(x) = x^2 + 2x - \frac{3}{x}$.

Si T est la tangente à la courbe représentative de g au point d'abscisse 1, on sait que :

$$M(x ; y) \in T \iff y - g(1) = g'(1)(x - 1).$$

$+g$ est dérivable sur $]0 ; +\infty[$ et sur cet intervalle : $g'(x) = 2x + 2 + \frac{3}{x^2}$

$$\text{On a donc } g'(1) = 2 + 2 + \frac{3}{1} = 7;$$

$$+D'autre part } g(1) = 1^2 + 2 \times 1 - \frac{3}{1} = 0.$$

$$\text{On a donc : } M(x ; y) \in T \iff y - 0 = 7(x - 1) \iff y = 7x - 7. \text{ Réponse } \mathbf{a}.$$

Question 2 :

Pour n assez grand, on a $n \neq 0$, donc $v_n = \frac{3}{1 + \frac{2}{n}}$

Comme $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3}{n} = 0$, on a $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 3$. Réponse **b**.

Question 3 :

Si X est la variable aléatoire correspondant au nombre de boules noires tirées, l'expérience correspond à une loi de Bernoulli et X suit une loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0,6$.

On sait que $p(X = 4) = \binom{10}{4} \times 0,6^4 \times (1 - 0,6)^6 \approx 0,11147 \approx 0,1115$ à 10^{-4} près. Réponse **c**.

Question 4 :

On a pour $x \neq 0$, $f(x) = x \left(3 \frac{e^x}{x} - 1 \right)$.

Or on sait que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$, donc $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} - 1 = +\infty$ et par produit de limites

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \quad \text{Réponse } \mathbf{b}.$$

Question 5 :

Le nombre de codes différents est donc $36^8 = 2821\,109\,907\,456$.

Il faut donc $\frac{2821\,109\,907\,456}{10^8} \approx 28211$ (s) ou $\approx 478,2$ (min) ou $\approx 7,8$ (h).

Réponse **b**.