ENONCE :

BAC S - *Antilles-Guyane - juin 2001 – modifié*

Les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

Un joueur achète un billet permettant de participer à un jeu constitué d'un grattage suivi d'une loterie.
- Il gratte une case sur le billet. Il peut alors gagner 100 euros avec une probabilité de $\frac{1}{50}$ ou bien ne rien gagner. G désigne l'évènement : « Le joueur gagne au grattage ».

- Il participe ensuite à une loterie avec le même billet.
À cette loterie, il peut gagner 100 euros, ou 200 euros, ou bien ne rien gagner.

L_1 désigne l'évènement « Le joueur gagne 100 euros à la loterie ».
L_2 désigne l'évènement « Le joueur gagne 200 euros à la loterie ».
L_0 désigne l'événement : « Le joueur ne gagne rien à la loterie ».

Si le joueur n'a rien gagné au grattage, la probabilité qu'il gagne 100 euros à la loterie est de $\frac{1}{70}$, et la probabilité qu'il gagne 200 euros à la loterie est $\frac{1}{490}$.

Si le joueur a gagné au grattage, la probabilité qu'il gagne 200 euros à la loterie est de $\frac{1}{10}$.

1. a. Faire un arbre pondéré sur lequel on indiquera les renseignements qui précèdent.
   b. Calculer la probabilité que le joueur gagne au total 300 euros.
   c. Calculer la probabilité que le joueur ne gagne rien à la loterie, sachant qu'il n'a rien gagné au grattage.
   d. La pobabilité que le joueur gagne en final 200 euros est de $\frac{1}{250}$.

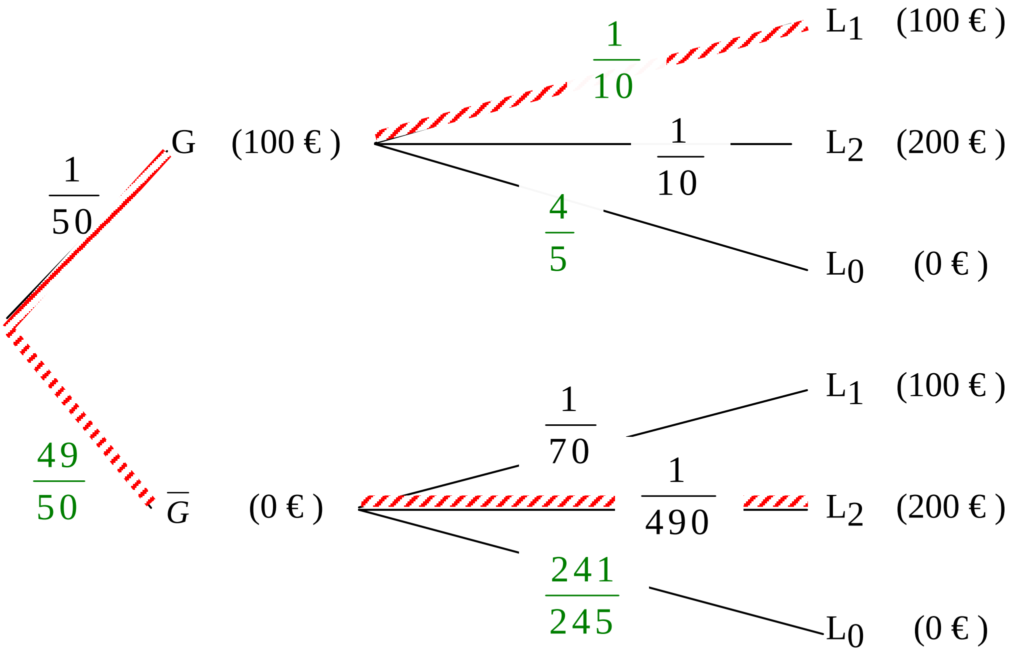
   Démontrer que $p_G\left(L_1\right)=\frac{1}{10}$.

   Déterminer la valeur de $p_G\left(L_0\right)$.

   Compléter l'arbre obtenu avec toutes ces valeurs.

2. Le billet coûte 10 euros. On note X la variable aléatoire qui représente le gain algébrique total du joueur, après grattage et loterie, déduction faite du prix du billet.
   Déterminer la loi de probabilité de X. Calculer l'espérance de X.

1. a. arbre pondéré :



b. Probabilité que le joueur gagne au total 300 euros :

p = $p\left(G\cap L_2\right)=p_G\left(L_2\right)\times p(G)=\frac{1}{10}\times\frac{1}{50}=\boxed{\frac{1}{500}}$

c. Probabilité que le joueur ne gagne rien à la loterie, sachant qu'il n'a rien gagné au grattage :

$$p_{\overline{G}}\left(L_0\right)=1-p_{\overline{G}}\left(L_2\right)-p_{\overline{G}}\left(L_1\right)=1-\frac{1}{490}-\frac{1}{70}=\boxed{\frac{241}{245}}$$

d. La probabilité que le joueur gagne en final 200 euros est de $\frac{1}{250}$;

Prenons le chemin rouge : on a $\frac{1}{50}\times p_G\left(L_1\right)+\frac{49}{50}\times\frac{1}{490}=\frac{1}{250}$

donc $p_G\left(L_1\right)+\frac{1}{10}=\frac{1}{5}$ donc $\boxed{p_G\left(L_1\right)=\frac{1}{10}}$.

$\boxed{p_G\left(L_0\right)=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}}$ car la somme des probabilités vaut 1.

2. Le billet coûte 10 euros. On note X la variable aléatoire qui représente le gain algébrique total du joueur, après grattage et loterie, déduction faite du prix du billet.
Déterminons la loi de probabilité de X :

xi	-10	90	190	290
Pi = P (X = xi)	$\frac{241}{250}$	$\frac{3}{100}$	$\frac{1}{250}$	$\frac{1}{500}$

Espérance de X : $\boxed{\text{E (X)} = \sum p_i x_i = -\frac{28}{5}=-5,6}$