Cours | CONDITIONNEMENT - INDEPENDANCE

I - DEFINITION

Soit H un événement tel que P (H) ≠ 0.
On définit une nouvelle probabilité sur Ω appelée ***PROBABILITE CONDITIONNELLE*** :

La probabilité de A sachant que H est réalisé *est :* $\boxed{P_H(A) = \dfrac{P(A \cap H)}{P(H)}}$

Remarque : $P_A(A) = 1$

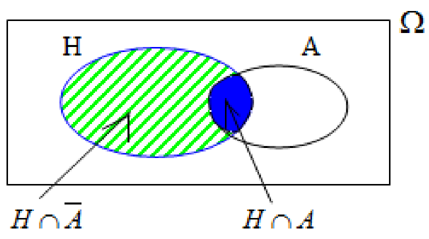
II - PROPRIETE DE L'INTERSECTION

$$\boxed{P(A \cap B) = P_B(A) \times P(B) = P_A(B) \times P(A)}$$

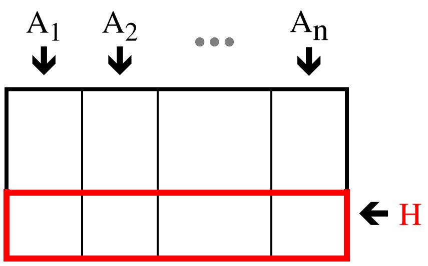
III - FORMULE DES PROBABILITES TOTALES

1°) Formule simple des probabilités totales :

$$\boxed{P(H) = P(H \cap A) + P(H \cap \overline{A})}$$



2°) Formule généralisée des probabilités totales :



Soient $A_1, A_2, \dots, A_n$ des évènements formant une partition de Ω , c'est-à-dire tels que :

$$A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n = \Omega \quad \text{et} \quad A_i \cap A_j = \varnothing \ (\text{si } i \neq j)$$

$$\boxed{P(H) = P(H \cap A_1) + P(H \cap A_2) + \dots + P(H \cap A_n)}$$

IV - PROPRIETE

$$\boxed{P_B(\overline{A}) = 1 - P_B(A)}$$

V - INDEPENDANCE DE DEUX EVENEMENTS

1°) Définition:

A et B sont *indépendants* si et seulement si $P_B(A) = P(A)$ ou $P_A(B) = P(B)$

A *et* B *sont indépendants lorsque la réalisation de l'un ne change pas la réalisation de l'autre.*

2°) Conséquence :

A et B sont indépendants $\Leftrightarrow P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

3°) Propriété :

A et B sont indépendants $\Leftrightarrow$ $\overline{A}$ et B sont indépendants