PROBA20070416C	*PROBABILITES*	TS

ENONCE :

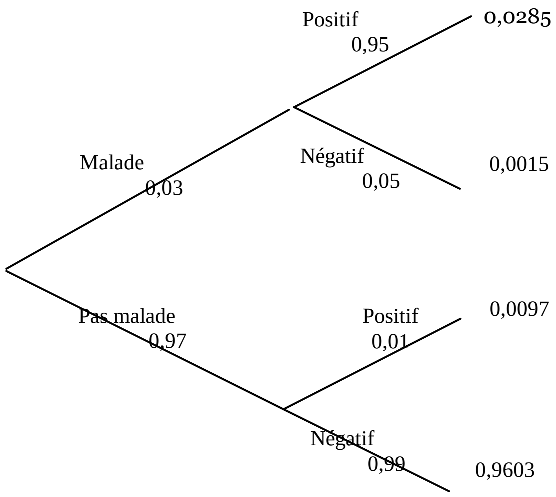
Efficacité d'un test

Une maladie atteint 3% d'une population donnée. Un test de dépistage donne les résultats suivants :
Chez les individus malades, 95% des tests sont positifs et 5% négatifs.
Chez les individus non malades, 1% des tests sont positifs et 99% négatifs.
On choisit un individu au hasard.

1. Construire l'arbre pondéré de cette expérience aléatoire.
2. Quelle est la probabilité
   a. qu'il soit malade et qu'il ait un test positif ?
   b. qu'il ne soit pas malade et qu'il ait un test négatif ?
   c. qu'il ait un test positif ?
   d. qu'il ait un test négatif ?
3. Calculer la probabilité
   a. qu'il ne soit pas malade, sachant que le test est positif ?
   b. qu'il soit malade, sachant que le test est négatif ?
4. Interpréter les résultats obtenus aux questions 3. a. et 3. b.

***Eléments* de correction**

1. Voir ci-contre.



2. On note M l'individu est malade et T le test est positif :

a. $P(M \cap T) = 0,03 \times 0,95 = 0,0285$

(*pour bien faire il faudrait rédiger en utilisant les probabilités conditionnelles, mais l'arbre est ici bien suffisant*).

b. $P(\overline{M} \cap \overline{T}) = 0,97 \times 0,99 = 0,9603$.

c. $P(T) = P(\overline{M} \cap T) + P(M \cap T) = 0,0097 + 0,0285 = 0,0382$.

d. $P(\overline{T}) = P(\overline{M} \cap \overline{T}) + P(M \cap \overline{T}) = 0,0015 + 0,9603 = 0,9618$.

3. a. $P_T(\overline{M}) = \dfrac{P(T \cap \overline{M})}{P(T)} = \dfrac{0,0097}{0,0382} \approx 0,25$: *c'est énorme…* !

b. $P_{\overline{T}}(M) = \dfrac{P(\overline{T} \cap M)}{P(\overline{T})} = \dfrac{0,03 \times 0,05}{0,9618} \approx 0,0015$: *Probabilité faible … c'est rassurant !*