

ENONCE :

1. A, B et C sont trois évènements d'un univers Ω tels que :

$$P(A) = 0,4, \quad P(\overline{B}) = 0,25, \quad P(C) = 0,35, \quad P(A \cap B) = 0,3 \quad \text{et} \quad P(A \cup C) = 0,64.$$

a. Les évènements A et B, d'une part, et les évènements A et C, d'autre part, sont-ils indépendants ?

b. Quelle doit-être la valeur de $P(B \cap C)$ pour que les évènements B et C soient indépendants ?

2. Dans un sac, il y a cinq jetons verts numérotés de 1 à 5, six jetons blancs numérotés de 1 à 6 et quatre jetons rouges numérotés de 1 à 4.

On prend au hasard un jeton dans le sac.

On note U l'évènement « le jeton est numéroté 1 », V l'évènement « le jeton est vert » et B l'évènement « le jeton est blanc ».

a. Les évènements U et V sont-ils indépendants ?

b. Les évènements U et B sont-ils indépendants ?

1. a. • $P(B) = 1 - P(\overline{B}) = 1 - 0,25 = 0,75$.

$$P(A) \times P(B) = 0,4 \times 0,75 = 0,3 = P(A \cap B).$$

On en déduit que les évènements A et B sont indépendants.

• $P(A \cap C) = P(A) + P(C) - P(A \cup C) = 0,4 + 0,35 - 0,64 = 0,11$.

$$P(A) \times P(C) = 0,4 \times 0,35 = 0,14 \neq P(A \cap C).$$

On en déduit que les évènements A et C ne sont pas indépendants.

b. $P(B) \times P(C) = 0,75 \times 0,35 = 0,2625$.

On en déduit que les évènements B et C sont indépendants si et seulement si $P(B \cap C) = 0,2625$.

2. a. • Dans le sac, il y a $5 + 6 + 4 = 15$ jetons au total.

On calcule la probabilité de chacun des évènements U, V et B.

Il y a 3 jetons numérotés 1, donc $P(U) = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$.

Il y a 5 jetons verts, donc $P(V) = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$.

Il y a 6 jetons blancs, donc $P(B) = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$.

• Il y a un jeton vert numéroté 1, donc $P(U \cap V) = \frac{1}{15}$.

Or $P(U) \times P(V) = \frac{1}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{15} = P(U \cap V)$. Donc U et V sont indépendants.

b. Il y a un jeton blanc numéroté 1, donc $P(U \cap B) = \frac{1}{15}$.

Or $P(U) \times P(B) = \frac{1}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{25} \neq P(U \cap B)$. Donc U et B ne sont pas indépendants.