Enonce :

À l'issue d'une campagne de vaccination contre la grippe, 52 % des individus d'une population sont vaccinés. À la fin de la période hivernale, on fait un bilan : 30 % des non vaccinés ont été malades de la grippe, ainsi que 2 % des vaccinés.

On choisit une personne au hasard dans la population à la fin de la période hivernale.

On note V l'évènement « la personne s'est faite vacciner » et G l'évènement « la personne a été atteinte de la grippe ».

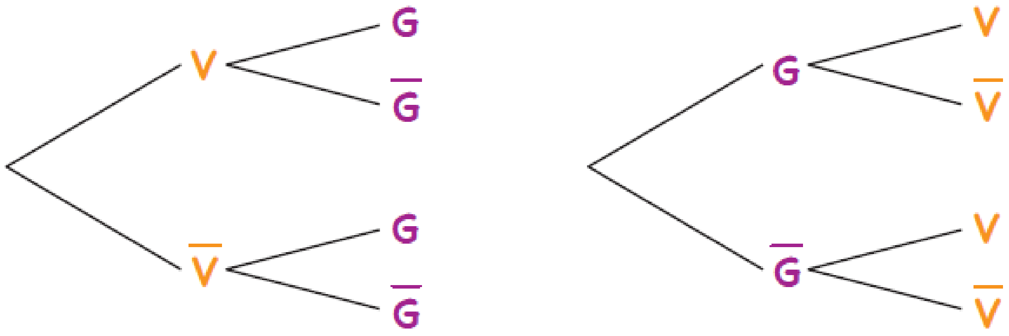
1. Illustrer cette situation à l'aide d'un arbre pondéré.

2. a. Calculer $P(V \cap G)$ et $P\left(\overline{V} \cap G\right)$.

b. En déduire la probabilité que la personne ait été atteinte de la grippe.

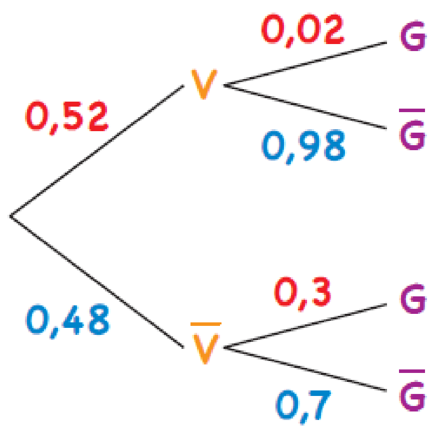
c. Déterminer la probabilité que la personne ait été vaccinée sachant qu'elle a pourtant été atteinte de la grippe, sous forme exacte, puis arrondie au millième.

1. • On peut a priori envisager les deux arbres suivants :



D'après l'énoncé, $P(V) = 0{,}52$; $P_{\overline{V}}(G) = 0{,}3$ et $P_V(G) = 0{,}02$.
L'arbre que l'on peut pondérer à l'aide de ces résultats est celui de gauche.

• On finit de compléter les pondérations :



$P(\overline{V}) = 1 - P(V) = 1 - 0{,}52 = 0{,}48$

$P_V(\overline{G}) = 1 - P_V(G) = 1 - 0{,}02 = 0{,}98$

$P_{\overline{V}}(\overline{G}) = 1 - P_{\overline{V}}(G) = 1 - 0{,}3 = 0{,}7$

2. a. $P(V \cap G) = P(V) \times P_V(G) = 0{,}52 \times 0{,}02 = 0{,}0104$.

$P(\overline{V} \cap G) = P(\overline{V}) \times P_{\overline{V}}(G) = 0{,}48 \times 0{,}3 = 0{,}144$.

b. L'ensemble $\{V, \overline{V}\}$ forme une partition de l'univers, car $0 < P(V) < 1$.
Alors, d'après la formule des probabilités totales :

$$P(G) = P(V \cap G) + P(\overline{V} \cap G) = 0{,}0104 + 0{,}144 = 0{,}1544.$$

La probabilité que la personne ait été atteinte de la grippe vaut 0,1544.

c. $P_G(V) = \dfrac{P(G \cap V)}{P(G)} = \dfrac{0{,}010\,4}{0{,}154\,4} = \dfrac{13}{193} \approx 0{,}067$.

La probabilité que la personne ait été vaccinée sachant qu'elle a été atteinte de la grippe vaut environ 0,067.