SUITES

► **Exercice 1** Soit la suite (U_n) définie par $U_0 = 0$ et pour tout entier naturel n : $U_{n+1} = \sqrt{U_n + 6}$.
Montrer que cette suite est bornée.

► **Exercice 2** Etudier la monotonie des suites suivantes :

1°) (U_n) suite définie par $U_0 = 0$ et pour tout entier naturel n : $U_{n+1} = \sqrt{2U_n + 1}$.

2°) (V_n) suite définie pour tout entier naturel $n \geq 3$ par : $V_n = \dfrac{-n+1}{n-2}$.

3°) (W_n) suite définie par $W_0 = 16$ et pour tout entier naturel n : $W_{n+1} = \dfrac{1}{2}W_n + 5$.

4°) (P_n) suite définie pour tout entier naturel n par : $P_n = \dfrac{n}{2^n}$.

5°) (Q_n) suite définie pour tout entier naturel n par : $Q_n = \dfrac{3n+4}{7n+9}$.

► **Exercice 3** Soit la suite (U_n) définie par $U_0 = 2$ et pour tout entier naturel n : $U_{n+1} = \dfrac{1 + U_n{}^2}{2U_n}$.

1°) Montrer par récurrence que, pour tout entier naturel n, $U_n > 0$.
2°) Montrer que la suite est minorée par 1.
3°) Etudier la monotonie de (U_n).
4°) Montrer que (U_n) est convergente.
5°) Déterminer la limite de la suite.

► **Exercice 4** Soit la suite (U_n) définie par $U_0 = 6$ et pour tout entier naturel n : $U_{n+1} = 3U_n - 8$.
1°) Calculer U_1, U_2, U_3.
2°) La suite (U_n) est-elle arithmétique ? Géométrique ?
3°) On pose, pour tout entier naturel n, $V_n = U_n - 4$.
   a) Calculer V_0 , V_1, V_2 et V_3.
   b) Montrer que (V_n) est une suite géométrique.
   c) Exprimer V_n en fonction de n.
4°) Exprimer U_n en fonction de n.

► **Exercice 4b** Déterminer la limite de la suite (U_n) définie à l'exercice 4 ci-dessus.

► **Exercice 5*** Soit la suite (U_n) définie par $U_0 = 1$ et pour tout entier naturel n : $U_{n+1} = \dfrac{5U_n + 3}{U_n + 3}$.

1°) On pose $V_n = \dfrac{U_n - 3}{U_n + 1}$. Montrer que (V_n) est une suite géométrique.

2°) Exprimer U_n en fonction de n, et étudier la convergence de la suite (U_n).