

Exercice 18 On considère la fonction f définie sur $\left]-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right[$ par : $f(x) = \frac{8x^2 - 4}{4x^2 - 1}$

1°) Déterminer les réels a , b et c tels que, pour tout réel x de $\left]-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right[$, $f(x) = a + \frac{b}{2x+1} + \frac{c}{2x-1}$

2°) Calculer l'intégrale $\int_0^{\frac{1}{4}} f(x) dx$.

Exercice 19 Soient a et b deux réels. On considère les fonctions f et F définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = (x-1)e^{-x} \quad \text{et} \quad F(x) = (ax+b)e^{-x}$$

1°) Déterminer les réels a et b tels que F soit une primitive de f .

2°) En déduire $\int_0^{\ln 3} (x-1)e^{-x} dx$.

Exercice 20 Pour tout entier naturel n non nul, on pose : $I_n = \int_1^n e^{-t} dt$

Montrer que la suite (I_n) est croissante.

Exercice 21

1°) Calculer la valeur moyenne de la fonction cube entre -2 et 2 et faire une figure.

2°) Calculer la valeur moyenne de la fonction carrée entre -2 et 2 et faire une figure.

Exercice 22

On considère les fonctions f et F définies sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x \sin x$ et $F(x) = \sin x - x \cos x$

1°) Démontrer que F est une primitive de f .

2°) En déduire $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx$.

Exercice 23

On considère la fonction f définie sur $] -1; +\infty[$ par :

$$f(x) = x - \frac{4}{(x+1)^2}.$$

Calculer la valeur moyenne de f entre 2 et 4.

